FISICA

Profesor
Carlos Jimenez

FÍSICA

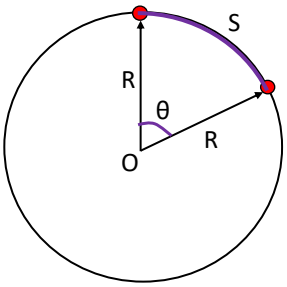
CINEMÁTICA

MOVIMIENTO CIRCULAR
MCU - MCUV

CINEMÁTICA

MOVIMIENTO CIRCULAR

CONCEPTOS GENERALES



S: desplazamiento lineal

θ: desplazamiento angular (rad)

$$S = \theta R$$

T: periodo

Es el tiempo que tarda el móvil con movimiento circular en dar una vuelta completa.

f: frecuencia $f = \dfrac{\text{Número de vueltas}}{\text{tiempo}}$

También, es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T}$$

CINEMÁTICA

UNIDADES DE LA FRECUENCIA:

** La frecuencia se expresa en revoluciones por segundo (rps)

** También se puede expresar en revoluciones por minuto (rpm)

¿Cómo convertir rpm a rps?

La cantidad en rpm, se divide entre 60:

Si tenemos una frecuencia: f = 240 rpm

$$f = \frac{240}{60}\ \text{rps} \Rightarrow f = 4\ \text{rps}$$

Ejemplo: Si una partícula gira con una frecuencia: f = 30 rpm; hallar su periodo de rotación.

$$f = \frac{30}{60}\ \text{rps} \Rightarrow f = \frac{1}{2}\ \text{rps}$$

Como: $f = \dfrac{1}{T} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{T} \Rightarrow T = 2\ \text{s}$

CINEMÁTICA

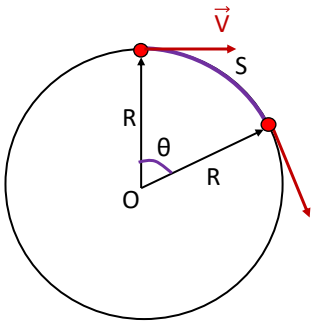
Velocidad tangencial

** También se le llama velocidad lineal.
** Es una cantidad física vectorial.
** El vector que la representa es tangente a la circunferencia.

$V = \frac{S}{t}$ $V = \frac{2\pi R}{T}$ $V = 2\pi R f$

R: radio de la trayectoria circular.
T: periodo de rotación (segundos)
f: frecuencia (rps)

** La magnitud de la velocidad tangencial, es directamente proporcional al radio de giro.



CINEMÁTICA

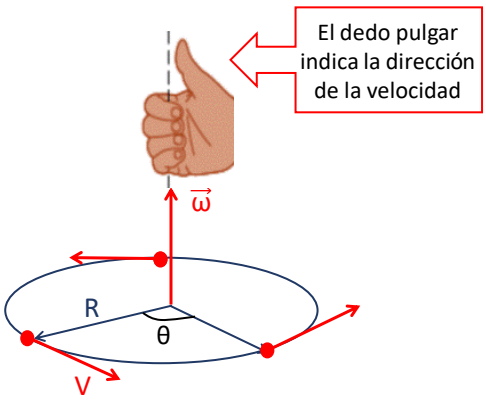
Velocidad angular (ω)

** Es una cantidad física vectorial.
** El vector que la representa es perpendicular al plano de la trayectoria.
** El sentido del vector de la velocidad angular se determine con la regla de la mano derecha.

$\omega = \frac{\theta}{t}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\omega = 2\pi f$

ω: velocidad angular (rad/s).
T: periodo de rotación (segundos)
f: frecuencia (rps)

** La magnitud de la velocidad angular, no depende del radio de giro.



CINEMÁTICA

Relación entre la velocidad tangencial y la velocidad angular

$$V = \omega R$$

Ejemplo: Una canica gira por una trayectoria circular de 50 cm de radio con una frecuencia de 120 rpm. Determine:

a) Su velocidad angular.
b) Su velocidad tangencial.

Si tenemos una frecuencia: f = 120 rpm

$f = \frac{120}{60}$ rps ➡ $f = 2$ rps

Velocidad angular: $\omega = 2\pi f$

$\omega = 2\pi(2)$ ➡ $\omega = 4\pi$ rad/s

Velocidad tangencial: $V = \omega R$

$V = (4\pi)(50\text{ cm})$ ➡ $V = 200\pi$ cm/s ➡ $V = 2\pi$ m/s

CINEMÁTICA

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

CARACTERÍSTICAS DEL MCU

** La velocidad angular es constante.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$ Se expresa en rad/s

** La velocidad tangencial o lineal, varía.

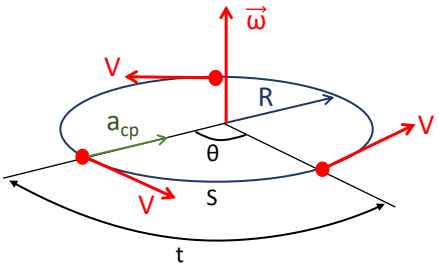
** El valor de la velocidad tangencial no varía.

$$V = \frac{S}{t}$$

** Tiene aceleración. Se denomina: aceleración centrípeta o normal.

$$a_{cp} = \frac{V^2}{R}$$

$$a_{cp} = \omega^2 R$$



V: velocidad tangencial o lineal (m/s)
ω: velocidad angular (rad/s)
R: Radio de la trayectoria circular.

CINEMÁTICA

EJEMPLO: Se sabe que la velocidad angular es independiente del radio de giro a diferencia de la velocidad tangencial que depende del radio. Una rueda gira con MCU con un velocidad angular de 8π rad/s sobre una trayectoria circular de 20 cm de radio. Hallar la cantidad de vueltas que dará la rueda en un minuto.

DATOS:

$\omega = 8\pi$ rad/s

$t = 1$ min $= 60$ s

$\theta = \omega t$

$\theta = (8\pi)(60)$

$\theta = 480\pi$ rad

Número de vueltas:

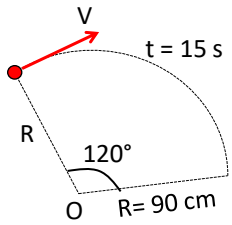
$$N = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$N = \frac{480\pi}{2\pi}$$

$$\boxed{N = 240 \text{ vueltas}}$$

CINEMÁTICA

EJEMPLO: Si un móvil demora 15 segundos en girar el arco de circunferencia mostrado en la figura. Determine su velocidad lineal.



$$\theta = 120° = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$S = \theta R$$

$$S = \frac{2\pi}{3}(90 \text{ cm})$$

$$S = 60\pi \text{ cm}$$

$$V = \frac{60\pi}{15}$$

$$\boxed{V = 4\pi \text{ cm/s}}$$

CINEMÁTICA

EJEMPLO: Un disco de 25 cm de radio, gira con MCU con una frecuencia de 60 rpm. Determine la aceleración de los puntos ubicados en el borde del disco.

Si tenemos una frecuencia: f = 60 rpm

$f = \frac{60}{60}$ rps ➡ $\boxed{f = 1 \text{ rps}}$

Velocidad angular: $\omega = 2\,\pi\, f$

$\omega = 2\,\pi\,(1)$ ➡ $\boxed{\omega = 2\,\pi \text{ rad/s}}$

Aceleración centrípeta: $a_{cp} = \omega^2 R$

$a_{cp} = (2\,\pi)^2\,(25)$

$a_{cp} = 100\,\pi^2 \text{ cm/s}^2$

$\boxed{a_{cp} = \pi^2 \text{ m/s}^2}$

CINEMÁTICA

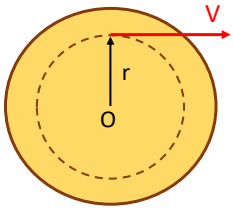
EJERCICIO 1: Si una rueda gira a 25 revoluciones por segundo. ¿A qué distancia del centro de la rueda existe un punto que tenga una velocidad tangencial de 314m/s?

DATOS: f = 25 rps

V = 314 m/s

V = (3,14)(100) m/s = (π)(100) m/s

V = 100 π m/s



$V = 2\,\pi\, R\, f$

$100\,\pi = 2\,\pi\, r\,(25)$

$100\,\pi = 50\,\pi\, r$

$\boxed{r = 2 \text{ m}}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 2: Una partícula describe un arco de 90 cm con movimiento circular uniforme en 15 s. Calcular su velocidad angular si el radio es de 8 cm

DATOS: $S = 90$ cm

$t = 15$ s

$R = 8$ cm

$$V = \frac{S}{t}$$

$$V = \frac{90}{15}$$

$$V = 6 \text{ cm/s}$$

Relación entre las velocidades tangencial y angular:

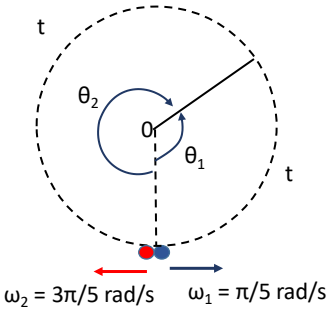
$$V = \omega R$$

$$6 = \omega (8)$$

$$\boxed{\omega = 0{,}75 \text{ rad/s}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 3: Por la periferia de una pista circular parten simultáneamente de un mismo punto y en direcciones contrarias dos móviles con velocidades angulares de π/5 rad/s y 3π/5 rad/s. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse nuevamente?



$$\theta = \omega t$$

Móvil 1: $\theta_1 = \omega_1 t$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{5} t \quad \ldots \quad (1)$$

Móvil 2: $\theta_2 = \omega_2 t$

$$2\pi - \theta_1 = \frac{3\pi}{5} t \quad \ldots \quad (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$\cancel{\theta_1} + 2\pi - \cancel{\theta_1} = \frac{\pi}{5} t + \frac{3\pi}{5} t$$

$$2\pi = \frac{\pi}{5} t + \frac{3\pi}{5} t$$

$$\cancel{2\pi} = \frac{\overset{2}{\cancel{4\pi}}}{5} t$$

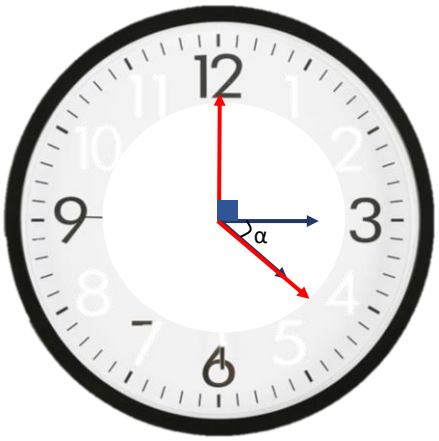
$$1 = \frac{2}{5} t$$

$$t = \frac{5}{2} \text{ s}$$

$$\boxed{t = 2{,}5 \text{ s}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 4: A partir de las 15:00 h, determine después de qué tiempo, el minutero alcanzará al horario por primera vez



Velocidad angular del minutero:

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1\ h} = 2\pi\ rad/h$$

Velocidad angular del horario:

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12\ h} = \frac{\pi}{6}\ rad/h$$

$$\theta = \omega\, t$$

Minutero: $\frac{\pi}{2} + \alpha = 2\pi\, t$

Horario: $\alpha = \frac{\pi}{6}\, t$

Restamos:

$$\frac{\pi}{2} + \cancel{\alpha} - \cancel{\alpha} = 2\pi\, t - \frac{\pi}{6}\, t$$

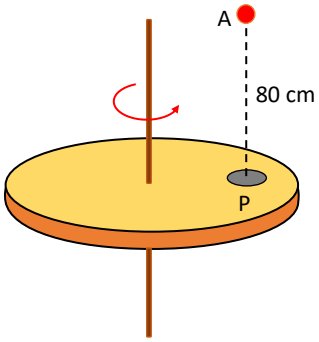
$$\frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{6}\, t$$

$$t = \frac{6}{22}\, h = \frac{6}{22}\ (60\ min)$$

$$\boxed{t = 16{,}36\ min}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 5: Se tiene un disco girando con MCU. Si el disco tiene un agujero (P) y en el momento que pasa por la vertical AP se deja caer una canica en A; hallar la mínima velocidad angular con que debe girar el disco para la canica pase por el agujero. ($g = 10\ m/s^2$)



Hallamos el tiempo de caída de la canica:

$$h = \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$0{,}8 = \frac{1}{2}\ (10)\ t^2$$

$$1{,}6 = 10\ t^2$$

$$0{,}16 = t^2$$

$$t = 0{,}4\ s$$

Para que la canica pase por el agujero, el disco debe dar una vuelta:

$$\theta = 2\pi\ rad$$

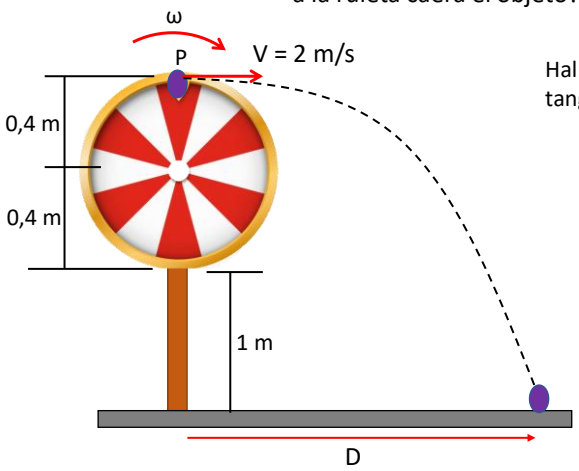
La velocidad angular del disco, es:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{0{,}4}$$

$$\boxed{\omega = 5\pi\ rad/s}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 6: Una ruleta de 40 cm de radio gira con una aceleración centrípeta de 10 m/s². Un objeto (P) pegado al borde gira con la misma aceleración y cuando pasa por el punto más alto se despeja y sale tangencialmente; ¿a qué distancia de la barra que sostiene a la ruleta caerá el objeto? (g=10 m/s²)



Hallamos la velocidad tangencial del objeto:

$$a_{cp} = \frac{V^2}{R}$$

$$10 = \frac{V^2}{0,4}$$

$$4 = V^2$$

$$V = 2 \text{ m/s}$$

Hallamos el tiempo de caída del objeto:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$1,8 = \frac{1}{2} (10) t^2$$

$$3,6 = 10 t^2$$

$$0,36 = t^2$$

$$t = 0,6 \text{ s}$$

$$D = V t$$

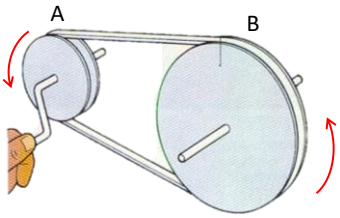
$$D = (2)(0,6)$$

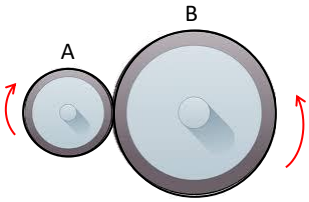
$$\boxed{D = 1,2 \text{ m}}$$

CINEMÁTICA

RUEDAS O DISCOS TANGENTES

** Tienen igual velocidad tangencial.

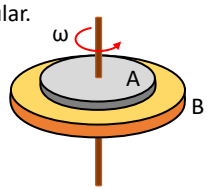




Velocidad tangencial de A	=	Velocidad tangencial de B

RUEDAS O DISCOS CON EL MISMO EJE DE ROTACIÓN

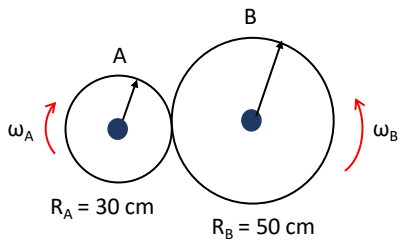
** Tienen igual velocidad angular.



Velocidad angular de A	=	Velocidad angular de B

CINEMÁTICA

EJERCICIO 7: Dos ruedas A y B unidas tangencialmente tienen radios de 30 cm y 50 cm respectivamente. Si la rueda A gira con una velocidad angular de 25 rad/s; hallar la velocidad angular de la rueda B.



$V_A = V_B$

Además: $V = \omega R$

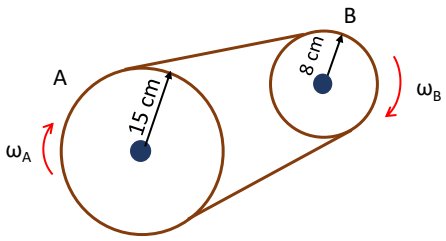
$\omega_A R_A = \omega_B R_B$

$(\cancel{25}^{1})(30) = \omega_B (\cancel{50}^{2})$

$\boxed{\omega_B = 15 \text{ rad/s}}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 8: Dos ruedas están unidas por una faja, tal como se observa en la figura. Si la rueda A gira con una frecuencia de 48 rps; hallar la frecuencia con que gira la rueda B.



$V_A = V_B$

Además: $V = \omega R$

$\omega_A R_A = \omega_B R_B$

También: $\omega = 2\pi f$

$\cancel{2\pi} f_A R_A = \cancel{2\pi} f_B R_B$

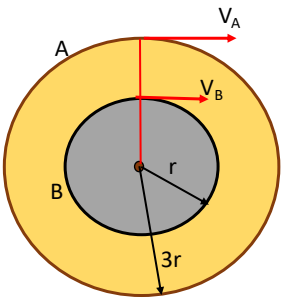
$f_A R_A = f_B R_B$

$(\cancel{48}^{6} \text{ rps})(15 \cancel{\text{cm}}) = f_B (\cancel{8}^{1} \cancel{\text{cm}})$

$\boxed{f = 90 \text{ rps}}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 9: Dos discos A y B, están unidos por el mismo eje de rotación. Si la velocidad tangencial de los puntos del borde del disco A es 18 cm/s; hallar la velocidad tangencial de los puntos del borde del disco B.



Cuando las ruedas tienen el mismo eje, sus velocidades angulares son iguales:

$$\omega_A = \omega_B$$

Como: $V = \omega R \rightarrow \omega = \frac{V}{R}$

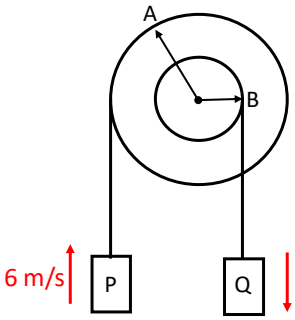
$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

$$\frac{18}{3r} = \frac{V_B}{r}$$

$$\boxed{V_B = 6 \text{ cm/s}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 10: Dos poleas A y B de radios 50 cm y 20 cm respectivamente unidas por el mismo eje y por las cuales pasa una cuerda. Si el bloque P sube con una velocidad de 6 m/s; hallar la velocidad del bloque Q



Cuando las ruedas tienen el mismo eje, sus velocidades angulares son iguales:

$$\omega_A = \omega_B$$

Como: $V = \omega R \rightarrow \omega = \frac{V}{R}$

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

$$\frac{V_P}{R_A} = \frac{V_Q}{R_B}$$

$$\frac{6}{50} = \frac{V_Q}{20}$$

$$\boxed{V_Q = 2{,}4 \text{ m/s}}$$

CINEMÁTICA

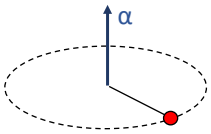
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

CARACTERÍSTICAS DEL MCUV

** La aceleración angular es constante.

$$\alpha = \frac{\omega_F - \omega o}{t}$$

Se expresa en: rad/s²

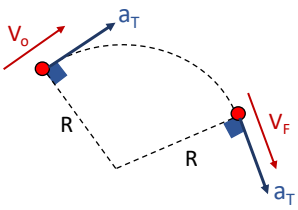


** La aceleración tangencial, varía.

** El valor de la aceleración tangencial no varía.

$$a_T = \frac{V_F - Vo}{t}$$

Se expresa en: m/s²



CINEMÁTICA

FÓRMULAS DEL MCUV

FÓRMULAS LINEALES

** $V_f = V_o \pm a_T\, t$

** $V_f^2 = V_o^2 \pm 2\, a_T\, S$

** $S = V_o\, t \pm \frac{1}{2} a_T\, t^2$

** $S = \left(\frac{V_o + V_f}{2}\right)(t)$

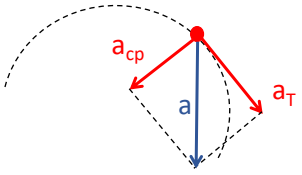
FÓRMULAS ANGULARES

** $\omega_f = \omega_o \pm \alpha\, t$

** $\omega_f^2 = \omega_o^2 \pm 2\, \alpha\, \theta$

** $\theta = \omega_o\, t \pm \frac{1}{2} \alpha\, t^2$

** $\theta = \left(\frac{\omega_o + \omega_f}{2}\right)(t)$



$$a = \sqrt{a_T^2 + acp^2}$$

a_T: aceleración tangencial.

a_{cp}: aceleración centrípeta

a: aceleración total o instantánea

CINEMÁTICA

EJERCICIO 11: Un punto que gira con MCUV con aceleración angular de 2π rad/s^2 partió del reposo a los 12 segundos iniciales. Hallar:

a) El ángulo descrito, en radianes

b) El número de vueltas

DATOS: $\omega_o = 0$

$\alpha = 2\pi$ rad/s^2

$t = 12$ s

Hallamos el ángulo descrito:

$$\theta = \cancel{\omega_o t} + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}(2\pi)(12)^2$$

$$\boxed{\theta = 144\pi \text{ rad}}$$

Número de vueltas:

$$N = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$N = \frac{144\pi}{2\pi}$$

$$\boxed{N = 72 \text{ vueltas}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 12: Un punto que gira con MCUV con aceleración angular de 4π rad/s^2 partió del reposo a los 6 segundos. Hallar su frecuencia, en rps.

DATOS: $\omega_o = 0$

$\alpha = 4\pi$ rad/s^2

$t = 6$ s

$$\omega_f = \cancel{\omega_o} + \alpha t$$

$$\omega_f = \alpha t$$

$$\omega_f = (4\pi)(6)$$

$$\omega_f = 24\pi \text{ rad/s}$$

Además: $\omega = 2\pi f$

$$2\cancel{\pi} f = 24\cancel{\pi}$$

$$\boxed{f = 12 \text{ rps}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 13: Un disco parte del reposo con MCUV tardando los 5 primeros segundos en dar 25 vueltas. Determinar el valor de su aceleración angular, en rad/s^2

DATOS: $\omega_o = 0$

$t = 5$ s

$N = 25$ vueltas

$\theta = 25\ (2\pi$ rad$)$

$\theta = 50\ \pi$ rad

$$\theta = \cancel{\omega_o t} + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$50\ \pi = \frac{1}{2}\alpha\ (5)^2$$

$$100\ \pi = \alpha\ (25)$$

$$\boxed{\alpha = 4\ \pi \text{ rad/s}^2}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 14: Un disco tarda 6 segundos en aumentar su frecuencia desde 10 rps hasta 28 rps. Determinar el valor de su aceleración angular, en rad/s^2

DATOS: $t = 6$ s

$f_o = 10$ rps

$f_F = 28$ rps

$\omega_o = 2\ \pi f_o = 2\ \pi(10) = 20\ \pi$ rad/s

$\omega_F = 2\ \pi f_F = 2\ \pi(28) = 56\ \pi$ rad/s

$$\omega_f = \omega_o + \alpha\ t$$

$$56\ \pi = 20\ \pi + \alpha\ (6)$$

$$56\ \pi - 20\ \pi = \alpha\ (6)$$

$$36\ \pi = \alpha\ (6)$$

$$\boxed{\alpha = 6\ \pi \text{ rad/s}^2}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 15: Una volante empieza a girar desde el reposo. Si al cabo de 15 s tiene una velocidad de 240 RPM, ¿cuántas vueltas habrá girado?

DATOS: $\omega_o = 0$

$t = 15$ s

$f_F = 240 \text{ rpm} = \frac{240}{60} \text{ rps} = 4 \text{ rps}$

$\omega_F = 2\pi f_F = 2\pi(4) = 8\pi \text{ rad/s}$

$$\theta = \left(\frac{\omega_o + \omega_f}{2}\right)(t)$$

$$\theta = \left(\frac{0 + 8\pi}{2}\right)(15)$$

$$\theta = 60\pi \text{ rad}$$

Número de vueltas:

$$N = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$N = \frac{60\pi}{2\pi}$$

$$\boxed{N = 30 \text{ vueltas}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 16: Un ventilador gira a 600 RPM, luego de desconectarlo se detiene al cabo de 10 s. ¿Cuál es el número de vueltas que dio hasta detenerse?

DATOS: $f_o = 600 \text{ rpm} = \frac{600}{60} \text{ rps} = 10 \text{ rps}$

$f_F = 0$

$t = 10$ s

$\omega_o = 2\pi f_o = 2\pi(10) = 20\pi \text{ rad/s}$

$$\theta = \left(\frac{\omega_o + \omega_f}{2}\right)(t)$$

$$\theta = \left(\frac{20\pi + 0}{2}\right)(10)$$

$$\theta = 100\pi \text{ rad}$$

Número de vueltas:

$$N = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$N = \frac{100\pi}{2\pi}$$

$$\boxed{N = 50 \text{ vueltas}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 17: Un disco tarda 3 s en aumentar su velocidad desde 420 RPM hasta 780 RPM. Hallar su aceleración angular

DATOS: $t = 3$ s

$f_o = 420 \text{ rpm} = \frac{420}{60} \text{ rps} = 7 \text{ rps}$

$f_F = 780 \text{ rpm} = \frac{780}{60} \text{ rps} = 13 \text{ rps}$

$\omega_o = 2\pi f_o = 2\pi(7) = 14\pi \text{ rad/s}$

$\omega_F = 2\pi f_F = 2\pi(13) = 26\pi \text{ rad/s}$

$\omega_f = \omega_o + \alpha t$

$26\pi = 14\pi + \alpha(3)$

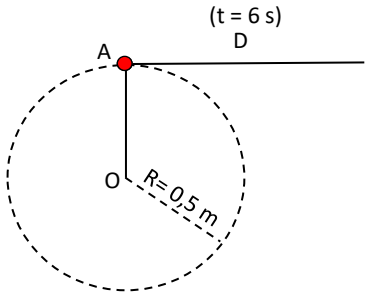
$26\pi - 14\pi = \alpha(3)$

$12\pi = \alpha(3)$

$\boxed{\alpha = 4\pi \text{ rad/s}^2}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 18: En el piso (sin fricción) de un salón una bolita atada a una cuerda gira alrededor del punto O; partió con una aceleración y velocidad angular $\pi/5$ rad/s^2 y π rad/s respectivamente. Si a los 10 s se rompe la cuerda, determine la distancia recorrida en los 6 s después de que la cuerda se rompió



DATOS: $\omega_o = \pi$ rad/s

$\alpha = \pi/5$ rad/s^2

$t = 10$ s

$\omega_f = \omega_o + \alpha t$

$\omega_f = \pi + \frac{\pi}{\cancel{5}}(\cancel{10}^{2})$

$\omega_f = 3\pi$ rad/s

Velocidad lineal:

$V = \omega R$

$V = (3\pi)(0,5)$

$V = 1,5\pi$ m/s

$D = V t$

$D = (1,5\pi)(6)$

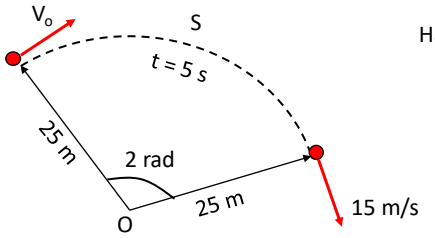
$D = 9\pi$

$D = 9(3,14)$

$\boxed{D = 28,26 \text{ m}}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 19: Un móvil realiza un MCUV de tal modo que al cabo de 5 s su velocidad lineal es de 15 m/s. Se observa que durante dicho tiempo logra girar un ángulo central de 2 rad siendo el radio de 25 m, calcular la velocidad lineal que tenía al iniciar su movimiento



Hallamos el arco recorrido:

$S = \theta R$

$S = (2)(25)$

$S = 50$ m

$$S = \left(\frac{V_o + V_f}{2}\right)(t)$$

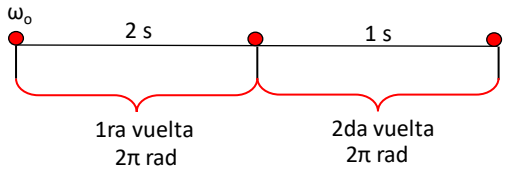
$$\overset{10}{\cancel{50}} = \left(\frac{V_o + 15}{2}\right)(\cancel{5})$$

$$20 = V_o + 15$$

$$\boxed{V_o = 5 \text{ m/s}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 20: Una partícula con MCUV recorre la primera vuelta en 2 s y la segunda vuelta lo hace solo en un segundo. ¿Cuál fue la magnitud en rad/s de la velocidad angular inicial?



$$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

En la 1ra vuelta:

$$2\pi = \omega_o (2) + \frac{1}{2}\alpha (2)^2$$

$$2\pi = 2\omega_o + 2\alpha$$

$$\pi = \omega_o + \alpha \quad . . . (1)$$

En las dos vueltas:

$$4\pi = \omega_o (3) + \frac{1}{2}\alpha (3)^2$$

$$4\pi = 3\omega_o + 4{,}5\alpha \quad . . . (2)$$

La ecuación (1)x4,5:

$$4{,}5\pi = 4{,}5\omega_o + 4{,}5\alpha$$

Restamos:

$$4{,}5\pi - 4\pi = (4{,}5\omega_o + 4{,}5\alpha) - (3\omega_o + 4{,}5\alpha)$$

$$0{,}5\pi = 1{,}5\omega_o$$

$$\pi = 3\,\omega_o$$

$$\boxed{\omega_o = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}}$$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 21: Un punto se mueve por una circunferencia de 10 cm de radio con una aceleración tangencial constante de 2,5 cm/s². ¿Qué tiempo debe transcurrir desde el reposo para que su aceleración normal sea el doble de la aceleración tangencial?

DATOS: $R = 10$ cm

$a_T = 2{,}5$ cm/s²

$V_o = 0$

$a_N = 2\,a_T$

$a_N = 2\,(2{,}5)$

$a_N = 5$ cm/s²

$\frac{V^2}{R} = 5$

$\frac{V^2}{10} = 5$

$V^2 = 50$

$V = 5\sqrt{2}$ m/s

$V = V_o + a_T\,t$

$5\sqrt{2} = 0 + (2{,}5)\,t$

$5\sqrt{2} = 2{,}5\,t$

$\boxed{t = 2\sqrt{2}\ s}$

CINEMÁTICA

EJERCICIO 22: Una partícula se mueve circularmente en una pista de 4 m de radio con una rapidez angular (en rad/s) que varía con el tiempo t (en s) según $\omega = 25 - 7t$. Determine el desplazamiento angular (en rad) efectuado por la partícula durante los primeros 4 segundos.

DATOS: $R = 4$ m

$t = 4$ s

$\omega = \boxed{25} \boxed{-7}\,t$

$\omega = \boxed{\omega_o} \boxed{+\alpha}\,t$

$\omega_o = 25$ rad/s

$\alpha = -7$ rad/s²

$\theta = \omega_o\,t + \frac{1}{2}\alpha\,t^2$

$\theta = (25)(4) + \frac{1}{2}(-7)(4)^2$

$\theta = 100 - 56$

$\boxed{\theta = 44\ rad}$

PITAGORAS ACADEMIA

CINEMÁTICA

MOMENTO DE PRACTICAR

- **PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN**

PITAGORAS ACADEMIA

CINEMÁTICA

Problema 01 Dos partículas (A y B) giran con MCU. La partícula A realiza 5 vueltas en 20 segundos y la partícula B realiza 40 vueltas en un minuto. Determinar la razón entre sus periodos de rotación: (T_A / T_B)

A) 2/3 B) 1/4 C) 8/3 D) 3/4 E) 4/3

PERIODO DE A:

$$T_A = \frac{20}{5}\,s = 4\,s$$

PERIODO DE B:

$$T_B = \frac{60}{40}\,s = \frac{3}{2}\,s$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{4\,s}{\frac{3}{2}\,s}$$

$$\boxed{\frac{T_A}{T_B} = \frac{8}{3}}$$

CINEMÁTICA

Problema 02

Una partícula describe una trayectoria circular de radio 20 cm, con rapidez constante y efectúa 40 vueltas en 10 s. Hallar la rapidez tangencial.

A) 1,2π m/s B) 1,6π m/s C) 1,8π m/s D) 2,4π m/s E) 2,5π m/s

DATOS: R = 20 cm

N = 40 vueltas

t = 10 s

Una vuelta:

$S = 2\pi R$

$S = 2\pi\,(20\text{ cm})$

$S = 40\pi\text{ cm}$

Longitud recorrida en 40 vueltas:

$L = 40\,S$

$L = 40\,(40\pi\text{ cm})$

$L = 1\,600\pi\text{ cm}$

$L = 16\pi\text{ m}$

Velocidad tangencial:

$V = \frac{L}{t}$

$V = \frac{16\pi\text{ m}}{10\text{ s}}$

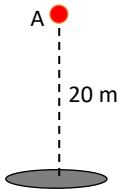
$\boxed{V = 1{,}6\pi\text{ m/s}}$

CINEMÁTICA

Problema 03

Calcular la velocidad angular de un disco que gira uniformemente, si se sabe que tarda en dar una vuelta el mismo tiempo que una piedra caer libremente desde una altura de 20 m. Considere: $g = 10\text{ m/s}^2$

A) 1 rad/s B) 2 rad/s C) 0,5 rad/s D) π rad/s E) π/2 rad/s



Hallamos el tiempo de caída de la piedra:

$h = \frac{1}{2}\,g\,t^2$

$20 = \frac{1}{2}\,(10)\,t^2$

$40 = 10\,t^2$

$4 = t^2$

$t = 2\text{ s}$

El disco tarda 2 s en dar una vuelta:

$T = 2\text{ s}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\omega = \frac{2\pi}{2}$

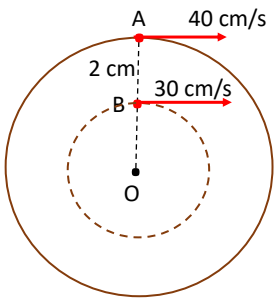
$\boxed{\omega = \pi\text{ rad/s}}$

CINEMÁTICA

Problema 04

El disco de la figura tiene un MCU. Si las rapideces lineal o tangencial de los puntos A y B, separados 2 cm, son 40 cm/s y 30 cm/s, respectivamente, ¿qué radio tiene el disco?

A) 4 cm B) 8 cm C) 12 cm D) 16 cm E) 20 cm



Todos los puntos de un disco, tienen velocidades angulares iguales:

$$\omega_A = \omega_B$$

Como: $V = \omega R \rightarrow \omega = \frac{V}{R}$

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

$$\frac{4\cancel{0}}{R} = \frac{3\cancel{0}}{R-2}$$

$$4(R-2) = 3R$$

$$4R - 8 = 3R$$

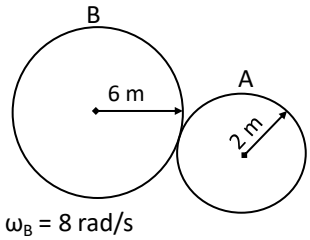
$$\boxed{R = 8 \text{ cm}}$$

CINEMÁTICA

Problema 05

La figura muestra esquemáticamente el movimiento de 2 ruedas en contacto y con MCU. Determinar la magnitud de la velocidad angular de la rueda A, si el de la rueda B es de 8 rad/s.

A) 12 rad/s B) 18 rad/s C) 20 rad/s D) 24 rad/s E) 30 rad/s



Como las ruedas son tangentes, sus velocidades tangenciales son iguales:

$$V_A = V_B$$

$$\boxed{V = \omega R}$$

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B$$

$$(\omega_A)(2) = (8)(6)$$

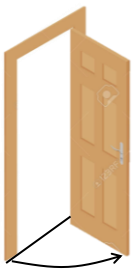
$$\boxed{\omega_A = 24 \text{ rad/s}}$$

CINEMÁTICA

Problema 06

Bajo la acción del viento, una puerta gira uniformemente un ángulo de 90° en 5 s. Si el ancho de la puerta es de 50 cm, la aceleración centrípeta de una polilla que está ubicada en el borde de la puerta es:

A) $0{,}75\pi^2 \times 10^{-2}$ m/s² B) $0{,}10\pi^2 \times 10^{-2}$ m/s² C) $0{,}25\pi^2 \times 10^{-2}$ m/s²
D) $0{,}50\pi^2 \times 10^{-2}$ m/s² E) $\pi^2 \times 10^{-2}$ m/s²



DATOS: $\theta = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad

$t = 5$ s

$R = 50$ cm $= 0{,}5$ m

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi}{2}\text{ rad}}{5\text{ s}}$$

$$\omega = \frac{\pi}{10}\text{ rad/s}$$

$$a_{cp} = \omega^2 R$$

$$a_{cp} = \left(\frac{\pi}{10}\right)^2 (0{,}5)$$

$$a_{cp} = \left(\frac{\pi^2}{100}\right)(0{,}5)$$

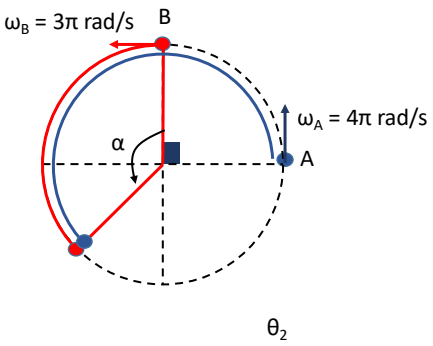
$$\boxed{a_{cp} = 0{,}50\pi^2 \times 10^{-2}\text{ m/s}^2}$$

CINEMÁTICA

Problema 07

Los móviles A y B con MCU tienen velocidades angulares de 4π rad/s y 3π rad/s, respectivamente. Si en el instante t = 0 están en las posiciones que se indican en la figura, hallar el tiempo que tarda el móvil A en alcanzar al móvil B por primera vez.

A) 2 s B) 1 s C) 0,25 s D) 0,5 s E) 0,75 s



$$\theta = \omega t$$

Móvil A: $\theta_A = \omega_A t$

$$\frac{\pi}{2} + \alpha = (4\pi)t \quad \ldots \quad (1)$$

Móvil B: $\theta_B = \omega_B t$

$$\alpha = (3\pi)t \quad \ldots \quad (2)$$

Restando (1) y (2):

$$\frac{\pi}{2} + \cancel{\alpha} - \cancel{\alpha} = (4\pi)t - (3\pi)t$$

$$\frac{\cancel{\pi}}{2} = \cancel{\pi}\, t$$

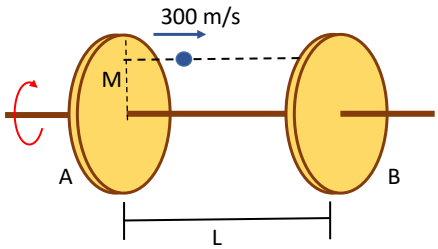
$$t = \frac{1}{2}\text{ s}$$

$$\boxed{t = 0{,}5\text{ s}}$$

CINEMÁTICA

Problema 08

Dos discos (A y B) están situados paralelamente tal como muestra la figura y giran en el mismo sentido con la misma velocidad angular de 100 π rad/s. En cierto instante una bala que se mueve horizontalmente con una rapidez de 300 m/s pasa por el punto M. ¿A qué distancia debe estar situado el disco B para que la bala pase por éste cuando M efectúe la primera vuelta?



Tiempo que tarda M en dar una vuelta:

$\theta = \omega\, t$

$2\pi = 100\pi\, t$

$t = 0{,}02$ s

La bala debe tardar el mismo tiempo:

$L = V\, t$

$L = (300)(0{,}02)$

$\boxed{L = 6 \text{ m}}$

CINEMÁTICA

Problema 09

Un disco gira con una aceleración constante de 5π rad/s². Hallar el número de vueltas que da al cabo de 8 s, partiendo del reposo

A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 80

DATOS: $\omega_o = 0$

$\alpha = 5\pi$ rad/s²

$t = 8$ s

Hallamos el ángulo descrito:

$\theta = \cancel{\omega_o t} + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = \frac{1}{2}(5\pi)(8)^2$

$\boxed{\theta = 160\pi \text{ rad}}$

Número de vueltas:

$N = \frac{\theta}{2\pi}$

$N = \frac{160\pi}{2\pi}$

$\boxed{N = 80 \text{ vueltas}}$

CINEMÁTICA

Problema 10

Hallar la frecuencia en RPM de un disco que empieza a girar partiendo del reposo, si su aceleración constante es de $2{,}5\pi$ rad/s^2 cuando hayan transcurrido 8 s

A) 600 B) 500 C) 300 D) 200 E) 60

DATOS: $\omega_o = 0$

$\alpha = 2{,}5\pi$ rad/s^2

$t = 8$ s

$\omega_f = \cancel{\omega_o} + \alpha t$

$\omega_f = \alpha t$

$\omega_f = (2{,}5\pi)(8)$

$\omega_f = 20\pi$ rad/s

Además: $\omega = 2\pi f$

$2\cancel{\pi} f = 20\cancel{\pi}$

$f = 10$ rps

Para convertir rps a rpm, se multiplica por 60:

$f = 10(60)$ rpm

$\boxed{f = 600 \text{ rpm}}$

CINEMÁTICA

Problema 11

La velocidad angular de un motor que gira a 900 RPM desciende uniformemente hasta 300 RPM efectuando 50 revoluciones. Hallar la aceleración angular en rad/s^2 y el tiempo en segundos para realizar las 50 revoluciones

A) 12,56 y 5 B) 12,56 y 2 C) 6,28 y 5 D) 62,8 y 10 E) 31,4 y 5

DATOS: $f_o = 900 \text{ rpm} = \frac{900}{60} \text{ rps} = 15 \text{ rps}$

$f_F = 300 \text{ rpm} = \frac{300}{60} \text{ rps} = 5 \text{ rps}$

$\omega_o = 2\pi f_o = 2\pi(15) = 30\pi$ rad/s

$\omega_F = 2\pi f_F = 2\pi(5) = 10\pi$ rad/s

$N = 50$ rev

$\theta = 50\,(2\pi \text{ rad})$

$\theta = 100\pi$ rad

$\omega_f^2 = \omega_o^2 - 2\alpha\theta$

$(10\pi)^2 = (30\pi)^2 - 2\alpha(100\pi)$

$(200\pi)\alpha = 900\pi^2 - 100\pi^2$

$(200\pi)\alpha = 800\pi^2$

$\alpha = 4\pi$ rad/s^2

$\alpha = 4(3{,}14)$ rad/s^2

$\boxed{\alpha = 12{,}56 \text{ rad/s}^2}$

$\omega_f = \omega_o - \alpha t$

$10\pi = 30\pi - 4\pi t$

$4\pi t = 30\pi - 10\pi$

$4\pi t = 20\pi$

$\boxed{t = 5 \text{ s}}$

CINEMÁTICA

Problema 12

Una rueda gira a 33 RPM al frenar se observa que luego de 3 s, gira a 32,5 RPM. ¿Qué tiempo en segundos, tarda la rueda en detenerse?

A) 250 B) 89 C) 189 D) 298 E) 198

DATOS: $f_o = 33 \text{ rpm} = \frac{33}{60} \text{ rps}$

$f_F = 32{,}5 \text{ rpm} = \frac{32{,}5}{60} \text{ rps}$

$\omega_o = 2\pi f_o = 2\pi(\frac{33}{60}) = \frac{33\pi}{30} \text{ rad/s}$

$\omega_F = 2\pi f_F = 2\pi(\frac{32{,}5}{60}) = \frac{32{,}5\pi}{30} \text{ rad/s}$

$t = 3 \text{ s}$

$\omega_f = \omega_o - \alpha t$

$\frac{32{,}5\pi}{30} = \frac{33\pi}{30} - \alpha(3)$

$3\alpha = \frac{33\pi}{30} - \frac{32{,}5\pi}{30}$

$3\alpha = \frac{0{,}5\pi}{30}$

$\alpha = \frac{\pi}{180} \text{ rad/s}^2$

$\omega_f = \omega_o - \alpha t$

$0 = \frac{33\pi}{30} - \frac{\pi}{180} t$

$\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{180}_{6}} t = \frac{33\cancel{\pi}}{\cancel{30}}$

$\boxed{t = 198 \text{ s}}$

CINEMÁTICA

Problema 13

Una rueda de 90 cm de diámetro parte del reposo y va aumentando su velocidad uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de 100 rad/s en 20 s. Hallar la aceleración angular (α) y el ángulo girado en ese tiempo (θ)

A) α=5 rad/s^2; θ=1 000 rad B) α=5 rad/s^2; θ=500 rad

C) α=2,5 rad/s^2; θ=1 000 rad D) α=2,5 rad/s^2; θ=500 rad

E) α=50 rad/s^2; θ=100 rad

DATOS: $\omega_o = 0$

$\omega_F = 100 \text{ rad/s}$

$t = 20 \text{ s}$

$\omega_f = \cancel{\omega_o} + \alpha t$

$100 = \alpha(20)$

$\boxed{\alpha = 5 \text{ rad/s}^2}$

$\theta = \cancel{\omega_o t} + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = \frac{1}{2}(5)(20)^2$

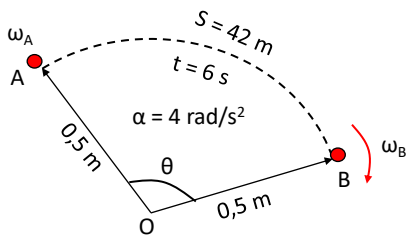
$\boxed{\theta = 1\,000 \text{ rad}}$

CINEMÁTICA

Problema 14

Una partícula gira con aceleración constante de 4 rad/s² en una trayectoria circular de 0,5 m de radio. Si tarda 6 s en girar un arco (AB) de 42 m de longitud; hallar su velocidad angular en rev/s, al pasar por el punto B.

A) 13/π B) 26/π C) 1/π D) 43/π E) 26



$S = \theta R$

$42 = \theta\,(0{,}5)$

$\theta = 84$ rad

$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$84 = \omega_A (6) + \frac{1}{2}(4)(6)^2$

$84 = 6\omega_A + 72$

$84 - 72 = 6\omega_A$

$12 = 6\omega_A$

$\omega_A = 2$ rad/s

$\omega_f = \omega_o + \alpha t$

$\omega_B = 2 + (4)(6)$

$\omega_B = 26 \frac{rad}{s}$

$\boxed{1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}}$

$\omega_B = 26 \frac{\cancel{rad}}{s} \times \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \cancel{rad}}$

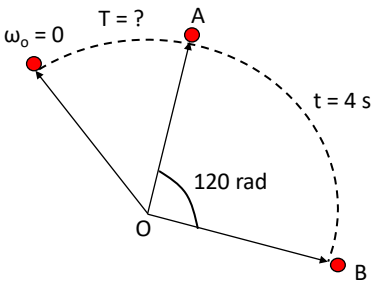
$\boxed{\omega_B = \frac{13}{\pi} \text{ rev/s}}$

CINEMÁTICA

Problema 15

Una rueda tiene aceleración constante de 3 rad/s². En un intervalo de 4 s gira un ángulo de 120 rad. Suponiendo que la rueda partió del reposo. ¿Cuánto tiempo habrá estado en movimiento antes del intervalo de 4 s?

A) 2 s B) 4 s C) 6 s D) 8 s E) 10 s



α = 3 rad/s²

$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$120 = \omega_A (4) + \frac{1}{2}(3)(4)^2$

$120 = 4\omega_A + 24$

$120 - 24 = 4\omega_A$

$\omega_A = 24$ rad/s

$\omega_f = \cancel{\omega_o} + \alpha t$

$\omega_A = \alpha t$

$24 = 3T$

$\boxed{T = 8 \text{ s}}$

CINEMÁTICA

RESPUESTAS									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

FÍSICA

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS